Ejercicios de Ampliación Variable Aleatoria Continua

1. La magnitud de los terremotos, medidos en la escala Richter, en una determinada región sigue una distribución exponencial de parámetro 2 (la distribución exponencial responde a una función de densidad del tipo $f(x)=\lambda e^{-\lambda x}$, donde λ es el *parámetro* de la distribución; la media de esta variable es $1/\lambda$).

a) Cuál es la magnitud media de los seísmos que se producen en dicha región?

b) Visualiza la función de densidad de la variable. ¿Dirías que es una distribución asimétrica?

c) ¿En qué porcentaje de ocasiones se registran seísmos de magnitud entre 1 y 2?

d) ¿En qué porcentaje de ocasiones se registran seísmos de magnitud superior a 2?

e) Calcula los cuartiles, la mediana, y el percentil 90, e interprétalos.

f) ¿Por encima de qué magnitud se sitúa el 15% de seísmos más fuertes?

g) ¿Cuál es la probabilidad de que de cinco movimientos sísmicos registrados a lo largo del año, se haya superado la media en al menos dos de ellos?

2. Las poblaciones de dos especies animales en competición, X e Y, pueden modelizarse a partir de distribuciones normales. En concreto, X se comporta como una distribución N(250, 30), e Y como N(300,10). ¿Con qué probabilidad sucederá que la población de X supere a la de Y? (NOTA: debes utilizar el hecho de que la resta de normales es también normal, es decir: si $X=N(\mu_1,\sigma_1)$, $Y=N(\mu_2,\sigma_2)$, entonces $X-Y=N(\mu_1-\mu_2,\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2})$; además, en ese casto lo que necesitamos calcular es P(X-Y>0))

3. En una región, se han observado determinadas subespecies X_1 y X_2 de una especie vegetal X. Si el número de ejemplares de X_1 sigue una distribución $N(500,30)$ y el número de ejemplares de X_2 sigue una $N(400,20)$:

a) ¿Qué distribución sigue el número de ejemplares de X? (NOTA: observa que el número de ejemplares de X es la suma de X_1 y X_2 y recuerda que la suma de normales es también normal; concretamente, si $X = N(\mu_1, \sigma_1)$, $Y = N(\mu_2, \sigma_2)$, entonces $X + Y = N(\mu_1 + \mu_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2})$).

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la población de X supere los 950 ejemplares?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la población de X esté por debajo de 800 ejemplares?

4. Se considera que el número de incendios y conatos anuales en una zona de España sigue una distribución normal de media 43 y desviación típica 12.

a) ¿Con qué probabilidad podemos esperar más de 50 incendios en dicha zona?

b) Con este modelo, ciertos servicios y ayudas se movilizan automáticamente cuando el número de incendios supera el percentil 85. ¿Por encima de qué número de incendios se estaría en esta situación?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se registren entre 40 y 60 incendios? ¿Y menos de 40?

d) Proporciona un intervalo que contenga el número de incendios que cabe esperar en el 90% de los casos? (SUGERENCIA: un intervalo razonable que responde a la condición que se pide, es el comprendido entre los percentiles 5 y 95; trata de entender por qué).